Exercice 1: Euler – Ordre 2 – 1 équation

Question 1: Déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement du pendule et liant $\ddot{\theta}(t)$, $\dot{\theta}(t)$ et $\theta(t)$

$$\sum M_A(F_{ext}) = J\ddot{\theta}(t)$$

Moment du poids : $C_g(t) = -Rmg\sin\theta$

$$C_f(t) + C_g(t) = J\ddot{\theta}(t)$$

$$-k\dot{\theta}(t) - Rmg\sin\theta = J\ddot{\theta}(t)$$

Question 2: Mettre cette équation sous forme vectorielle en vue de sa résolution sous Python comme vu en cours

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{-k\dot{\theta}(t) - Rmg\sin\theta(t)}{J} = f(V,t)$$

$$V(t) = \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \theta(t+dt) = \theta(t) + \dot{\theta}(t)dt \\ \dot{\theta}(t+dt) = \dot{\theta}(t) + \ddot{\theta}(t)dt = \dot{\theta}(t) + f(V,t)dt \end{cases}$$

$$V(t+dt) = V(t) + V'(t)dt = V(t) + dt\begin{pmatrix} \dot{\theta}(t) \\ f(V,t) \end{pmatrix} = V(t) + F(V,t)dt$$

$$F(V,t): \begin{pmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}(t) \\ f(V,t) \end{pmatrix}$$

Question 3: En vous basant sur les codes réalisés précédemment, proposer le code Python de la méthode Euler explicite permettant de résoudre l'équation du mouvement du pendule pendant 20 secondes avec un pas de temps de 0.001 s et qui affiche la courbe de θ en fonction de t

```python
def Euler_Explicite(f,y0,t0,t1,dt):
    t = t0
    y = y0
    T = [t]
    Y = [y]
    while t < t1:
        yp = f(y,t)
        y = y + yp*dt
        t += dt
        T.append(t)
        Y.append(y)
    return T,Y

import numpy as np
from math import sin,pi
def f(V,t):
    m = 0.1
    R = 0.1
    J = m*R**2
    k = 0.001
    g = 9.81
    y = V[0]
    yp = V[1]
    ypp = (1/J)*(-k*yp-R*m*g*sin(y))
    return ypp
def F(V,t):
    yp = V[1]
    ypp = f(V,t)
    Sol = np.array([yp,ypp])
    return Sol

dt = 0.001
t0 = 0
t1 = 20
y0 = 45 * pi/180
yp0 = 0
V0 = np.array([y0,yp0])
T,Y = Euler_Explicite(F,V0,t0,t1,dt)
Y = np.array(Y)
Y = Y[:,0]
Y = Y * 180 / pi
import matplotlib.pyplot as plt
plt.close('all')
def f_Affiche_liste(fig_i,Liste_X,Liste_Y,Legende):
    fig = plt.figure(fig_i)
    plt.plot(Liste_X,Liste_Y,label=Legende)
    plt.xlabel('Abscisses')
    plt.ylabel('Ordonnées')
    plt.legend()
    plt.show()
fig = 1
f_Affiche_liste(fig,T,Y,'dt = '+ str(dt))
```