

Dernière mise à jour	Informatique	Denis DEFAUCHY
11/01/2022	Dérivation - Euler	TD – Euler – Ordre 1 – Système

Informatique

Dérivation – Euler

TD

Euler - ordre 1 - Système

Proie Prédateur - Lotka Volterra



Dernière mise à jour	Informatique	Denis DEFAUCHY
11/01/2022	Dérivation - Euler	TD – Euler – Ordre 1 – Système

Exercice 1: Euler – Ordre 1 – Système



Des humains viennent de débarquer sur la planète LV-223 en vue de la coloniser.



On note $H(t)$ le nombre d'humains présents. Les ressources de cette planète étant inépuisables, en l'absence de prédateurs, la population humaine se développe selon la loi :

$$\frac{dH(t)}{dt} = aH(t) \quad ; \quad a \in \mathbb{R}$$

En effet, plus les humains sont nombreux, plus ils se développent. Leur nombre croît exponentiellement.

Malheureusement, leur présence permet à des aliens de se développer. On note $A(t)$ la quantité d'aliens. En l'absence d'humains, la population d'aliens décroît exponentiellement selon la loi :

$$\frac{dA(t)}{dt} = -cA(t) \quad ; \quad c \in \mathbb{R}$$



La probabilité de rencontre Aliens/Humains est directement reliée au produit AH . Evidemment, plus il y a de rencontres, plus le nombre d'humains décroît, et en parallèle, plus le nombre d'aliens va croître. On propose donc la modification des équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = aH(t) - bA(t)H(t) & (1) \\ \frac{dA(t)}{dt} = -cA(t) + dA(t)H(t) & (2) \end{cases} \quad ; \quad (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$$

Les coefficients a , b , c et d sont supposés constants. On donne :

$$\begin{cases} a = 3/\text{jour} \\ b = 1/\text{alien}/\text{jour} \\ c = 1/\text{jour} \\ d = 2/\text{humain}/\text{jour} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} H(0) = H_0 = 10 \\ A(0) = A_0 = 1 \end{cases}$$

Dans tout l'exercice, t correspondra à des jours. Les variables (a, b, c, d) seront définies de manière globale.

On acceptera exceptionnellement que les grandeurs $H(t)$ et $A(t)$ ne soient pas des entiers pour simplifier l'étude...

Question 1: Formaliser mathématiquement le système en une seule équation différentielle vectorielle du 1er ordre

On souhaite résoudre cette équation à l'aide de la méthode d'Euler explicite.

Question 2: Proposer un programme Python permettant de déterminer les valeurs de $H(t)$ et $A(t)$ pour t variant de 0 à 30 jours et qui affiche, sur une première figure les deux courbes de H et A en fonction de t et sur une deuxième figure, H en fonction de A