

Dernière mise à jour	Informatique	Denis DEFAUCHY
11/01/2022	Dérivation - Euler	TD – Euler – Ordre 1 – Système

Exercice 1: Euler – Ordre 1 – Système

Question 1: Formaliser mathématiquement le système en une seule équation différentielle vectorielle du 1er ordre

$$\begin{cases} \frac{dH(t)}{dt} = aH(t) - bA(t)H(t) & (1) \\ \frac{dA(t)}{dt} = -cA(t) + dA(t)H(t) & (2) \end{cases} ; \quad (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$$

On note :

$$V(t) = \begin{pmatrix} H(t) \\ A(t) \end{pmatrix}$$

On a donc :

$$V'(t) = \begin{pmatrix} aH(t) - bA(t)H(t) \\ -cA(t) + dA(t)H(t) \end{pmatrix} = F(V, t)$$

En discrétisant à l'aide d'Euler explicite, on a :

$$V'(t) = \frac{V(t + dt) - V(t)}{dt}$$

$$V(t + dt) = V(t) + V'(t)dt = V(t) + F(V, t)dt$$

$$V(0) = V_0 = \begin{pmatrix} H_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$$

Dernière mise à jour	Informatique	Denis DEFAUCHY
11/01/2022	Dérivation - Euler	TD – Euler – Ordre 1 – Système

Question 2: Proposer un programme Python permettant de déterminer les valeurs de $H(t)$ et $A(t)$ pour t variant de 0 à 30 jours et qui affiche, sur une première figure les deux courbes de H et A en fonction de t et sur une deuxième figure, H en fonction de A

```
def Euler_Explicite(f,y0,t0,t1,dt):
    t = t0
    y = y0
    T = [t]
    Y = [y]
    while t < t1:
        yp = f(y,t)
        y = y + yp*dt
        t += dt
        T.append(t)
        Y.append(y)
    return T,Y

import numpy as np
def F(V,t):
    a = 3 # +H/j
    b = 1 # -H/A/j
    c = 1 # -A/j
    d = 2 # +A/H/j
    H = V[0]
    A = V[1]
    dH = a*H - b*A*H
    dA = -c*A + d*A*H
    dV = np.array([dH,dA])
    return dV

H0 = 10
A0 = 1
V0 = np.array([H0,A0])

t0 = 0
t1 = 30
dt = (t1 - t0) / 100000
T,Y = Euler_Explicite(F,V0,t0,t1,dt)
Y = np.array(Y)
H = Y[:,0]
A = Y[:,1]

import matplotlib.pyplot as plt
plt.close('all')
def f_Affiche_liste(fig_i,Liste_X,Liste_Y,Legende):
    fig = plt.figure(fig_i)
    plt.plot(Liste_X,Liste_Y,label=Legende)
    plt.xlabel('Abscisses')
    plt.ylabel('Ordonnées')
    plt.legend()
    plt.show()

f_Affiche_liste(0,T,A,"Aliens")
f_Affiche_liste(0,T,H,"Humains")
f_Affiche_liste(1,A,H,"A=f(H)")
```

